

UMA PROPOSTA PARA A APRENDIZAGEM DE CONCEITOS ALGÉBRICOS A PARTIR DO MATERIAL DOURADO

Mario Oliveira Thomaz Neto (Universidade do Estado do Pará – UEPA)

Resumo: Em decorrência da aplicação deste modelo didático, para explorar as idéias da álgebra, o estudante pode obter as representações simbólicas (expressões/igualdades algébrica) ou propriedades: perímetro, área, distributividade e identidades algébricas que aqui foram apresentadas. Entretanto, outras idéias podem ser exploradas por meio do material dourado como fração, operações básicas, razão, proporção, etc. no campo da aritmética. É importante ressaltar que ao utilizar o modelo proposto a ênfase deve estar centrada na idéia matemática e não no material dourado. Esta proposta permite, ainda, explorar o desenvolvimento das estruturas cognitivas dos estudantes por meio da passagem do “concreto” para o “abstrato”. A preocupação central deste modelo está, evidentemente, no ensino de álgebra elementar na sétima série do ensino fundamental.

Palavras-chave: álgebra; material dourado; aprendizagem; ensino fundamental.

1. Introdução

A Álgebra tem sido ensinada na maioria das escolas através de uma abordagem mecânica em que o professor, em geral, parece não possuir as informações necessárias para justificar, de maneira significativa, o uso de regras e símbolos. Tal fato contribui para instalar a rotina que os alunos adotam de decorar e aplicar os conceitos algébricos igualmente de maneira mecânica, com o único objetivo de busca de aprovação.

O ensino de Matemática que se processa nas escolas tem, em geral, sido alvo de críticas, sobretudo pelo baixo desempenho apresentado pelos estudantes. Há, ao que parece, uma crise crônica que vem perpetuando-se, relativa às dificuldades presentes no ensino de Matemática na escola ao nível do ensino fundamental e médio (Ávila, 1993). Este fato exige dos professores e pesquisadores interessados pela melhoria do ensino da Matemática, opções e ações (Micotti, 1999) que realmente contribuam para que este saber não se torne privilégio de alguns poucos (Carvalho, 1994).

Embora no discurso a função da Escola pareça clara, um contingente expressivo de professores, na prática, ainda concebe o ato de ensinar como uma mera transmissão de conhecimentos, onde aquele que “mais sabe” informa ao que “menos sabe”. Freire (1998) contrapõe-se a esta postura quando considera que o ato de ensinar não é apenas um ato em que se deve visar a transmissão de conhecimentos. Na concepção desse autor, “*ensinar não é transferir conhecimentos, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção*” (Freire, 1998, p. 25), e isso tem sido algo pouco encontrado nas aulas de Matemática.

Uma crença comum é a de que educar implica em meramente transmitir informações, fatos e técnicas, uma postura que insiste na ‘fixação’ das idéias e conceitos pela repetição (Carragher, 1993), aspecto bastante comum nas aulas de matemática. Neste tipo de ensino, considera-se o “raciocinar” como sendo o mero domínio de técnicas de cálculo memorizadas através de uma seqüência de instruções a serem executadas, ou seja, “*de um processo que não promove pensar com a própria cabeça, com autonomia*” (Lellis e Imenes, 1994, p. 11).

O ensino da Matemática, ao longo dos anos, tem propiciado a uma parte expressiva dos estudantes apenas a aquisição de técnicas que quando necessárias são utilizadas de forma tímida e sem significado. A realidade deste ensino demonstra que, em geral, há uma tendência do professor deste campo do conhecimento em seguir os livros-texto e em apresentar regras e processos nem sempre compreendidos pelos alunos (Bertoni, 1994) como, quando estes têm que operar com conceitos algébricos. A ação mecânica dos estudantes na realização de tarefas matemáticas escolares parece estar propiciando idéias como “a Matemática não é para qualquer um”, “para aprender Matemática, o sujeito tem que ser bom”. Tais atitudes no pensar são, em grande parte, manifestações de estudantes que embora realizem algumas das tarefas propostas, neste campo do saber, o fazem sem uma compreensão elaborada dos procedimentos realizados.

Em seus estudos Booth e Watson (1990) observaram que os estudantes têm dificuldade em Álgebra elementar por não entenderem as notações algébricas - em particular o significado de expressões como " $3a$ " ou " $5ab$ " -, os princípios distributivos e as leis de associação e de comutação essenciais a qualquer compreensão de manipulações algébricas. Para os autores, é essencial encontrarmos uma aproximação que ajude aos estudantes a entenderem melhor a Álgebra e o uso de regras abstratas através de uma variedade de contextos, procurando encontrar e expressar a estrutura de padrões comuns aparentes ao resolverem equações ou lidarem com regras.

Leenson (1995) identificou que estudantes universitários do 9º período encontram dificuldades ao resolverem problemas com frações algébricas, mais especificamente ao simplificarem expressões algébricas e ao utilizarem o algoritmo para a subtração de frações. Os estudantes ao estudarem aritmética tendem a compreender frações como sendo a composição de dois números ao invés de um único. Ao que nos parece, este mesmo tipo de interpretação é feita quando os alunos tentam somar ou subtrair frações algébricas.

2. Breve história da Álgebra

A origem da palavra Álgebra deriva-se do título da obra, *Al jabr wa'l muqabala*, escrita pelo matemático e astrônomo mulsumano Al Khuwrizmi por volta do ano de 825. Essa obra apresentou as propriedades fundamentais do cálculo algébrico desde transposição de termo negativo de um membro a outro de uma equação (al jabr wa'l) até a redução dos termos semelhantes (al muqabala) (Boyer, 1979; Ifrah, 1985).

Ao longo do processo histórico podemos perceber que o desenvolvimento da Álgebra evidencia duas concepções históricas: Álgebra Clássica ou elementar – que trata do estudo das equações e das operações clássicas sobre generalizações discretas ou contínuas - e a Álgebra Moderna ou abstrata - que trata de estruturas matemáticas tais como grupo, anéis, corpos, etc. (Rodrigues Neto, 1998). Nesta perspectiva, a matemática mudaria qualitativamente o objeto de investigação, de uma tendência tradicional - como extensão da aritmética - para uma tendência de um sistema simbólico apoiado em propriedades estruturais.

Outro ponto a ser destacado é o desenvolvimento da álgebra em função da sua linguagem, que passou sucessivamente por três fases: a *retórica ou verbal*, a *sincopada* e a *simbólica* (Dantzig apud Ifrah, 1985).

Na primeira fase, a retórica, não se usava símbolos nem abreviações para expressar o pensamento algébrico, ou seja, as palavras eram empregadas em seu próprio sentido simbólico. Esta teria sido a álgebra dos egípcios, dos babilônios e dos gregos pré – diofantinos (Fiorentini et al, 1993). Assim, “quando se diz que ‘a ordem dos fatores

de dois números não altera o produto' está se empregando a mesma álgebra que é traduzida em termos algébricos modernos pela fórmula: $a \times b = b \times a$ " (Ifrah, 1985, p. 1444).

Na fase seguinte, a álgebra sincopada, foram usadas formas mais abreviadas e concisas para expressar as palavras, e assim, convertido em autênticos "ideogramas algébricos". (Ifrah, 1985, p. 1444). Diofanto (séc. III) foi o primeiro a usar a letra 'sigma' para representar suas equações. No séc. XVII esse recurso também foi utilizado por Cardano (1545) onde a expressão "cubus p.6 rebus aequalis 20" passaria a ter, posteriormente, a forma simbólica ' $x^3 + 6x = 20$ '" (Fiorentini et al, 1993, p.80).

Outro exemplo, dessa transição da fase retórica para a fase sincopada, pode ser percebida na representação da subtração, onde inicialmente usava-se a palavra 'minus' que, posteriormente, foi substituída pela forma abreviada (m) e finalmente a letra foi abandonada, passando-se a empregar apenas o traço horizontal '_' (Ifrah, 1985).

Na última fase, a álgebra simbólica, as idéias passariam a ser expressas somente através de símbolos, sem recorrerem ao uso de palavras. Vieté foi um dos principais responsáveis pela introdução de novos símbolos, assim como Descartes pela utilização das últimas letras do alfabeto x , y e z como incógnitas ou variáveis e as primeiras letras como constantes (Fiorentini et al, 1993).

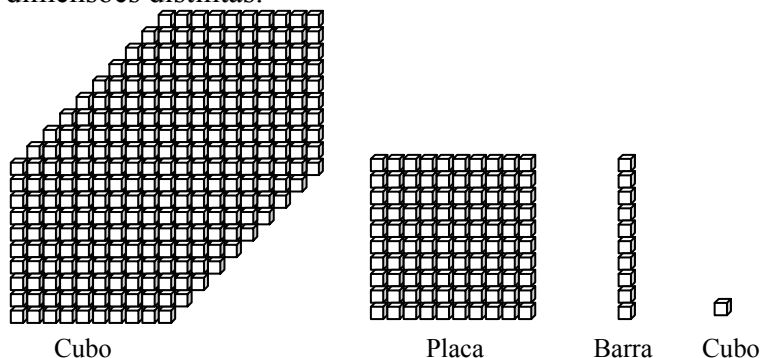
O desenvolvimento da álgebra se deve aos esforços e contribuições dos matemáticos europeus do Renascimento e da época clássica. Dentre eles destacam-se Fibonacci, Pacioli, Chuquet, Bourrel, Stiffel, Cardano e outros que proporcionaram contribuições fundamentais, na passagem do raciocínio específico para o raciocínio geral.

Essa fase do desenvolvimento da álgebra, com efeito, foi decisiva para o desenvolvimento da linguagem, como também para o pensamento simbólico, já que esta notação reflete do grau de abstração gramático ao lógico puro, com ao qual a abreviatura se converte em puro símbolo (Koyré, apud Ifrah, 1985). Assim, ao se realizar equivalência entre as proposições matemáticas expressas de uma maneira verbal ou literária, a expressão correspondente formada exclusivamente por letras e símbolos, que representam números quaisquer, permitiu-se passar de um raciocínio individual, referido a propriedades específicas, a um raciocínio global sobre as propriedades comuns de todos os caso de uma mesma espécie.

3. Propósito do modelo didático

Este modelo pretende criar possibilidades para manipulação do material dourado procurando explorar grandezas discretas e contínuas. Esta exploração se realizará através de atividades que permitirão ao aluno familiarizar-se com conceitos aritméticos, geométricos e algébricos subjacentes à estrutura concreta do material e expressa por uma linguagem (no caso específico deste modelo, por uma linguagem algébrica).

O material dourado consiste em peças de madeira de formas geométricas definidas e com dimensões distintas.

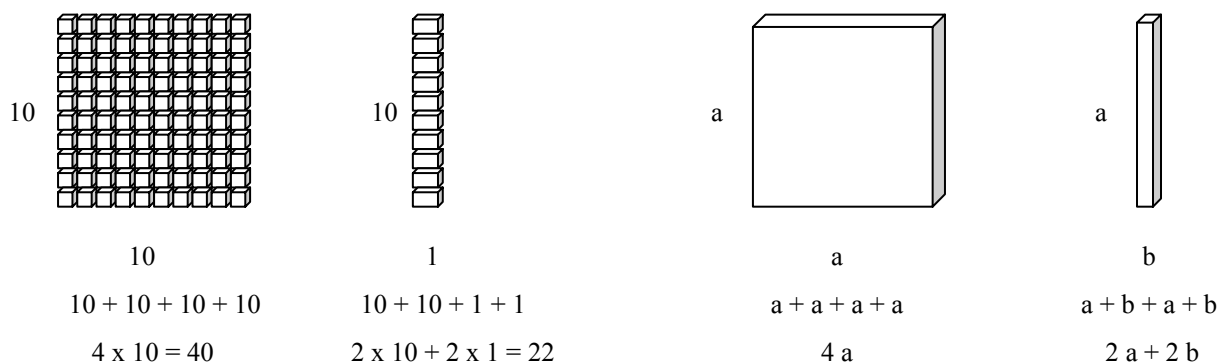


É importante destacar as relações de composição e equivalência existente entre as peças do material apresentado. O cubo de dimensão (1x1x1) é a menor unidade padrão do material e a partir desta pode-se compor as demais peças, como por exemplo: uma barra de dimensões de 10x1x1 é composta por 10 unidades padrões; uma placa de dimensão 10x10x1 é composta por 100 unidades padrões o que equivale a 10 barras; o cubo de dimensões 10x10x10 é composto por 1000 unidades padrões o que equivale a 100 barras ou a 10 placas. Embora o material possua dimensão tridimensional será considerado, neste modelo, apenas a face das figuras.

Desta forma o material dourado pode possibilitar a transição do modelo aritmético para um modelo algébrico. O referido modelo permite ainda abordar o conceito de variável a partir do relacionamento entre formas e identidades algébricas que subjazem o material concreto manipulativo. Através das identidades obtidas, iremos evidenciar as idéias de variável em seus vários aspectos como foram categorizadas por Usiskin (1988), as quais passaremos a evidenciar a seguir:

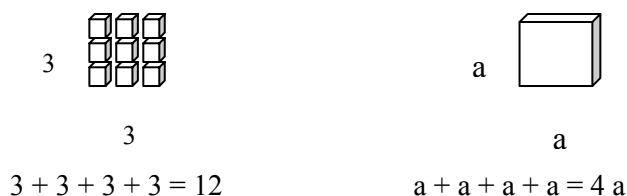
- Álgebra como uma generalização da aritmética

Para explorar a idéia da álgebra como generalização da aritmética o professor pode estar propondo que o estudante encontre, a partir de medições diretas, o perímetro da placa e da barra que apresentam quantidades conhecidas. Posteriormente, o estudante poderá generalizar essa idéia para as quantidades desconhecidas, encontrando o perímetro da placa e da barra, obtendo respectivamente $4a$ e $2a+2b$.



- Variável como incógnita: aqui, a álgebra é concebida como resolução de problema de determinação.

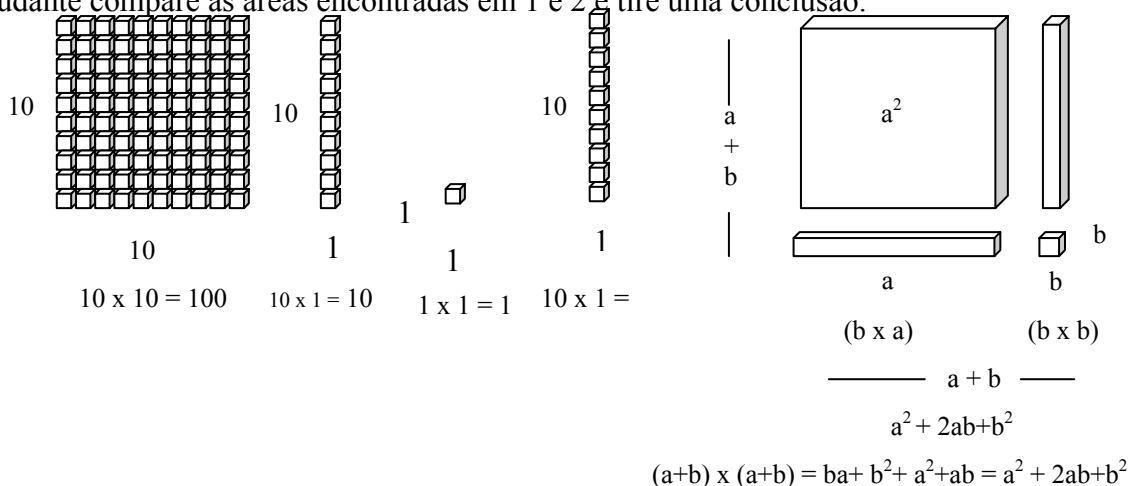
A variável como incógnita, pode ser explorada a partir da situação-problema: Qual o perímetro do quadrado de lado 3? Esta situação permite que o estudante, como no caso anterior, transite da idéia aritmética para a algébrica.



- Variável como argumento: álgebra concebida como o estudo de relações entre quantidades continua

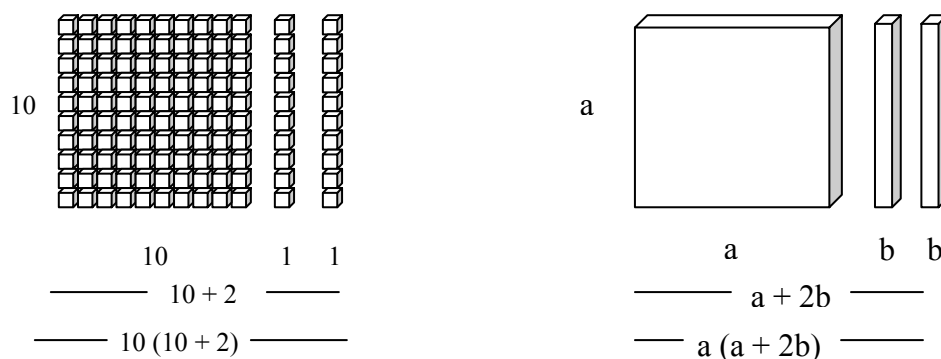
A idéia de variável como argumento pode ser obtida solicitando ao estudante que: 1. calcule a área de cada figura (placa, barra e cubo); 2. componha um quadrado utilizando a placa, a barra e o cubo e calcule sua área. Os procedimentos 1 e 2 devem ser realizados com os materiais (placa, barras e cubo) que apresentem quantidades

desconhecidas. Após estes dois procedimentos, o professor deverá solicitar que o estudante compare as áreas encontradas em 1 e 2 e tire uma conclusão.



- Variável como signo arbitrário: álgebra concebida como o estudo de estruturas matemáticas

Para explorar a idéia de variável como signo arbitrário basta tomar que para todo número real a , b , e c , tem-se: $a(b+c) = ab + ac$. Sentença matemática similar pode ser encontrada pela área do retângulo formado pela composição da placa e das barras.



4. Orientação Metodológica

Os estudantes devem ser orientados a manipularem o material dourado para se familiarizar com suas peças. Inicialmente, devem trabalhar as idéias aritméticas para adquirirem a capacidade de interpretar tais idéias a partir do uso do material, e posteriormente, trabalhar as idéias algébricas. Após essa etapa o material deve ser utilizado pelo professor como um recurso problematizador onde as soluções, para as situações apresentadas, oportunizarão ao estudante traduzir, generalizar, resolver, simplificar, relacionar e manipular grandezas conhecidas e desconhecidas. Ao passar de situações aritméticas para as algébricas, o professor deve chamar atenção ao fato de que as mesmas propriedades são válidas, embora no campo algébrico não conheçamos o valor da área, já que este muda de acordo com o valor atribuído à variável. Para que os problemas sejam compreendidos é necessário que os estudantes tenham aprendido previamente conceitos como de áreas e perímetros de figuras geométricas planas (quadrado e retângulo).

5. Considerações Finais

Em decorrência da aplicação deste modelo didático, para explorar as idéias da álgebra, o estudante pode obter as representações simbólicas (expressões/igualdades algébrica) ou propriedades: perímetro, área, distributividade e identidades algébricas que aqui foram apresentadas. Entretanto, outras idéias podem ser exploradas por meio do material dourado como fração, operações básicas, razão, proporção, etc. no campo da aritmética.

É importante ressaltar que ao utilizar o modelo proposto a ênfase deve estar centrada na idéia matemática e não no material dourado. Esta proposta permite, ainda, explorar o desenvolvimento das estruturas cognitivas dos estudantes por meio da passagem do “concreto” para o “abstrato”.

Este modelo insere-se no contexto da educação matemática e procura contribuir com questões que afetam o ensino de matemática, especialmente as que dizem respeito à compreensão de conceitos algébricos. A preocupação central deste modelo está, evidentemente, no ensino de álgebra elementar na sétima série do ensino fundamental. Tal modelo apresenta-se como uma alternativa metodológica viável na abordagem inicial do estudo da álgebra.

6. Referências Bibliográficas

- ÁVILA, G. O Ensino da Matemática. *Revista do Professor de Matemática*, n. 23, p. 1-7, 1º semestre, 1993.
- BERTONI, N. E. Por que mudar o ensino de matemática. *Temas & Debates*. SBEM, n. 5, p. 14-20, 1994.
- BOOTH, L. & WATSON, J. Learning and teaching algebra. *The Mathematics Teacher*, v. 46, n. 3, p. 12-14, 1990.
- BOYER, C. B. *História da matemática*. São Paulo: Editora Edgar Blücher, 1974.
- CARRAHER, D. W. Educação Tradicional e Educação Moderna. In: CARRAHER, T. N. (Org.). *Aprender pensando: contribuições da psicologia cognitiva para a educação*. 8 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 1993, p. 11-30.
- CARVALHO, D. L. De. *Metodologia do Ensino da Matemática*. 2 ed. São Paulo: Cortez, 1994 (Coleção Magistério 2º grau. Série Formação do Professor).
- FIorentini, D.; Miorim, M. A. & MIGUEL, A. Contribuições para um repensar a Educação Algébrica. *Proposições*. Campinas, v. 4, n. 1, p. 78-91, mar. 1993.
- FREIRE, P. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. 7 ed. São Paulo: Paz e Terra, 1998.
- IFRAH, G. *A história universal dos números*. São Paulo: Editora Nova Fronteira, 1985
- LELLIS, M. & IMENES, L. M. O Ensino de Matemática e a Formação do Cidadão. *Temas & Debates*. SBEM, n. 5, p. 9-13, 1994.
- LEESON, N. Algebraic fractions: some diverse errors! *The Australian Mathematics Teacher*, v. 5, n. 3, p. 34-35, 1995.
- MICOTI, M. C. O. O ensino e as propostas pedagógicas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: Editora UNESP, 1999, p. 153-167.
- RODRIGUES NETO, F. P. *Um estudo sobre aprendizagem de conceitos algébricos fundamentais*. 1998. 270 p. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal.
- STRUIK, D. J. *História Concisa das Matemáticas*. Lisboa: Gradativa, 1989.
- USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, Arthur F. & SHULTE, Albert P. (Org.) *As idéias da álgebra*. São Paulo: Atual, 1994, p. 9-22.